

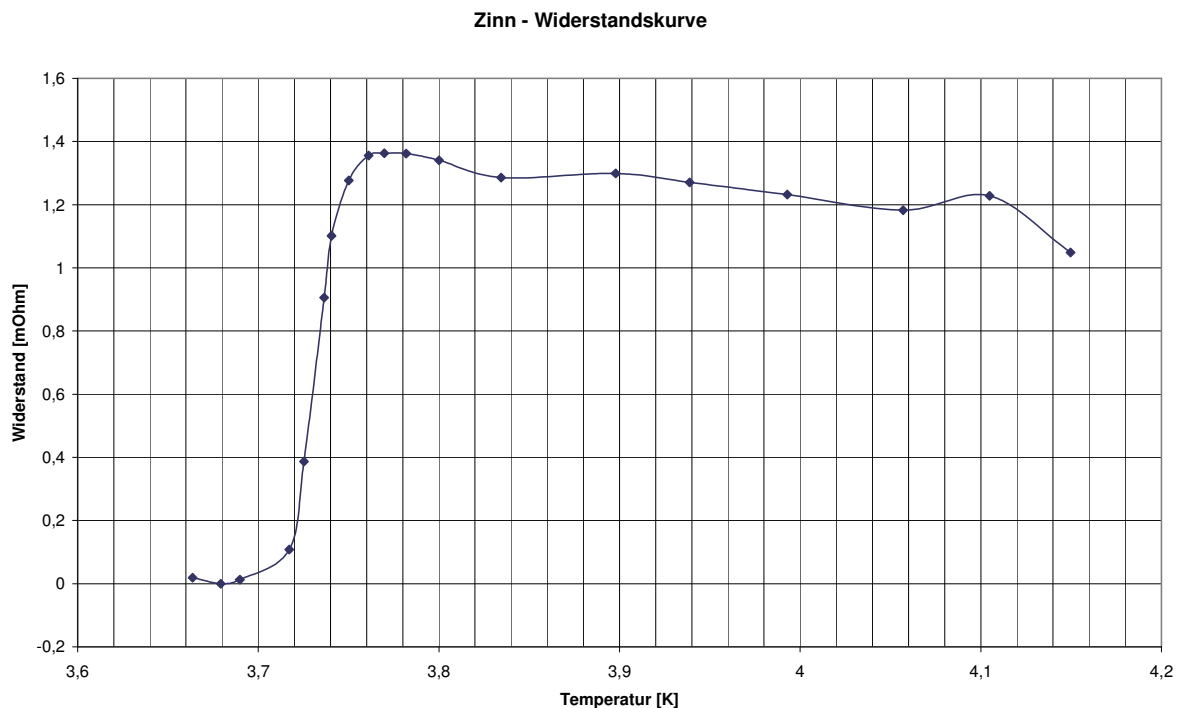
Ausarbeitung des Versuchs Supraleitung

(Versuch #10)

Gruppe 87:
Fabian Hildebrandt
Claudius Knaak

Aufgabe 1: Bestimmung der kritischen Temperatur einer Zinnprobe

Wie in der Anleitung beschrieben kühlten wir die Zinnprobe auf unter 4,2 K ab und nahmen folgendes R-T-Diagramm auf:



Die kritische Temperatur ist diejenige, bei der der Widerstand auf die Hälfte des ursprünglichen Wertes (im normalleitenden Zustand) abgefallen ist. Legt man durch die anliegenden Punkte eine Ausgleichsgerade, so erhält man folgende kritische Temperatur:

$$T_C = (3,726 \pm 0,004)\text{K}$$

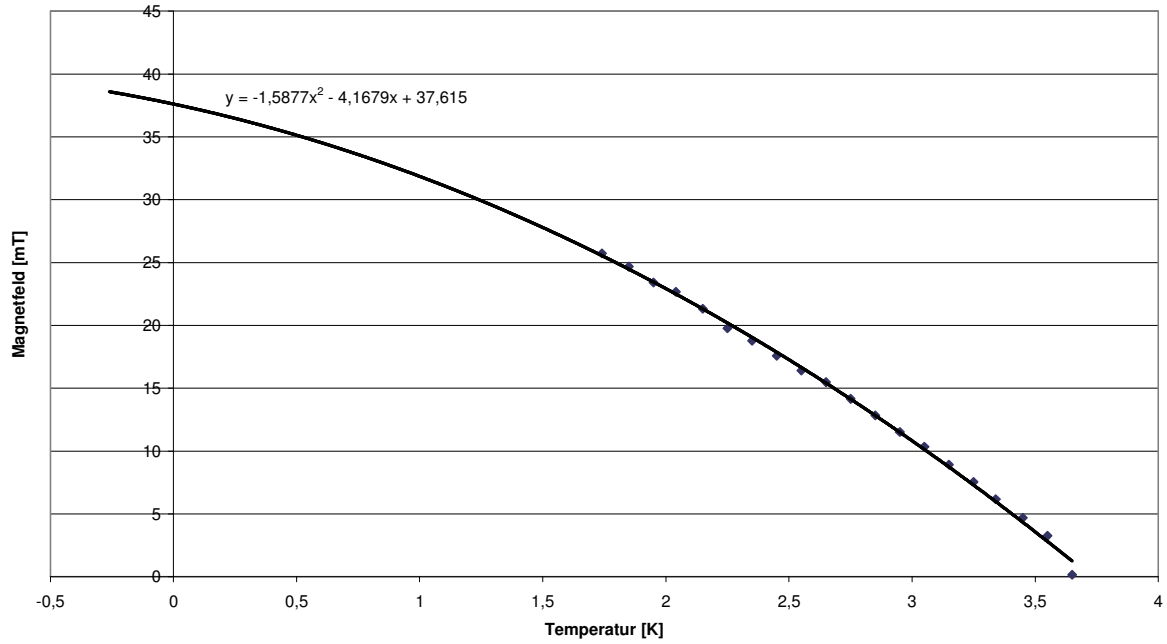
Unser Wert stimmt mit dem Literaturwert von 3,722 K (Kittel) innerhalb der Toleranz überein.

Der gesamte Vorgang erstreckt sich über einen Temperaturbereich von $(0,06 \pm 0,01)\text{K}$.

Aufgabe 2: Untersuchung der Abhängigkeit des kritischen Magnetfeldes B_C von der Temperatur.

Im Bereich von 3,65 K bis 1,75 K bestimmten wir 20 mal den Wert des kritischen Magnetfeldes, bei dem die Supraleitung zusammenbricht. Daraus ergibt sich das folgende Diagramm:

B_C - T Verlauf bei Zinn



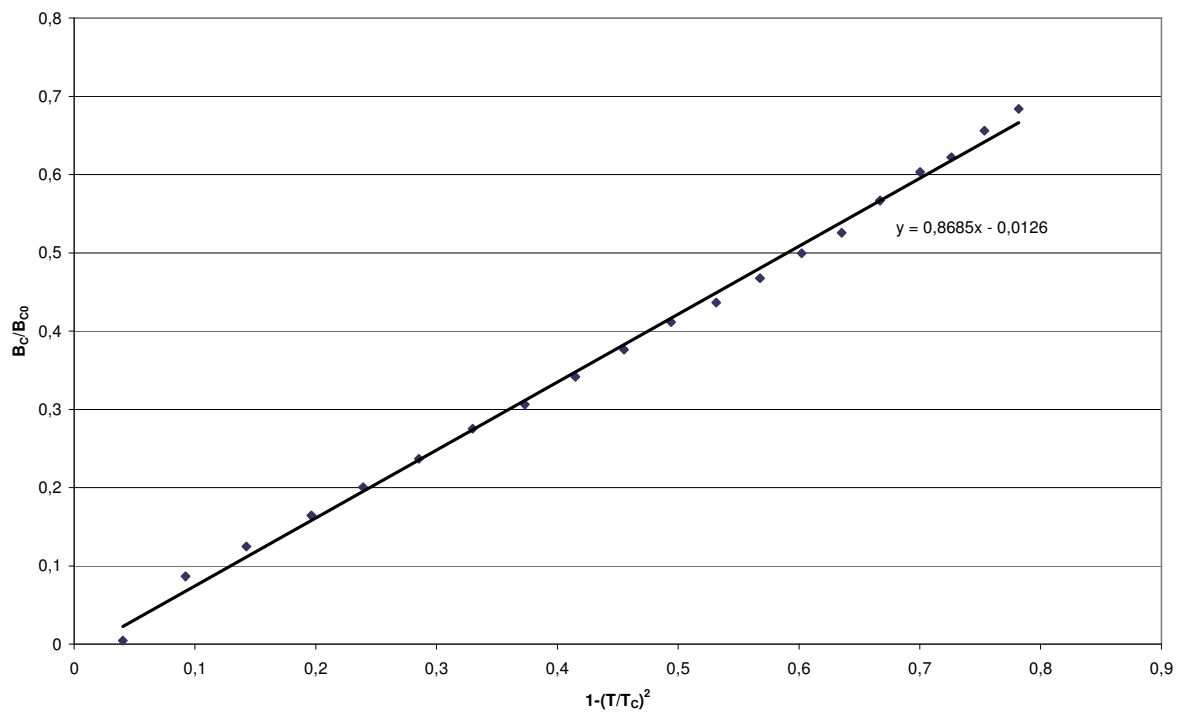
Aus dem Diagramm lässt sich der Wert für B_{C0} ermitteln. Wir erhalten:

$$B_{C0} = (37,6 \pm 0,1)\text{mT}$$

Die Beziehung

$$\frac{B_C}{B_{C0}} = 1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^2 \quad (1)$$

kann recht gut bestätigt werden:



(Dabei unterliegen die Punkte einer Standardabweichung von $\pm 0,01$; die Steigung hat eine Unsicherheit von $\pm 0,01$ und der Achsenabschnitt unterliegt einer Unsicherheit von $\pm 0,005$.)

Setzt man (1) in die Gleichung

$$c_s - c_n = \frac{T_C}{\mu_0} \left(\frac{dB_C}{dT} \right)^2 \Bigg|_{T_C}$$

ein, so ergibt sich:

$$c_s - c_n = \frac{4B_{C0}^2}{T_C \mu_0} = \frac{4 \cdot (37,6 \cdot 10^{-3} \text{T})^2}{3,726 \text{K} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}} = 1203 \frac{\text{T}^2 \text{Am}}{\text{KV s}} = 1203 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{K}} = 19,6 \frac{\text{mJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

wobei wir bei der letzten Umrechnung die molare Masse von Zinn $M = 118,71 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ und seine

Dichte $\rho = 7,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 7,3 \cdot 10^6 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$ verwendet haben.

Für die Fehlerfortpflanzung erzählt uns Gauß:

$$\begin{aligned} u_{c_s - c_n} &= \sqrt{u_{T_C}^2 \cdot \left(\frac{\partial(c_s - c_n)}{\partial T_C} \right)^2 + u_{B_{C0}}^2 \cdot \left(\frac{\partial(c_s - c_n)}{\partial B_{C0}} \right)^2} = \\ &= \sqrt{u_{T_C}^2 \cdot \left(\frac{4B_{C0}^2}{\mu_0} \cdot \left(-\frac{1}{T_C^2} \right) \right)^2 + u_{B_{C0}}^2 \cdot \left(\frac{4}{T_C \mu_0} \cdot 2B_{C0} \right)^2} = \\ &= \sqrt{(0,004 \text{K})^2 \cdot \left(\frac{4 \cdot (37,6 \cdot 10^{-3} \text{T})^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}} \cdot \left(-\frac{1}{(3,726 \text{K})^2} \right) \right)^2 + (0,1 \cdot 10^{-3} \text{T})^2 \cdot \left(\frac{4 \cdot 2 \cdot 37,6 \cdot 10^{-3} \text{T}}{3,726 \text{K} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}} \right)^2} \approx \\ &\approx 6,6 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{K}} = 0,1 \frac{\text{mJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \end{aligned}$$

Das ergibt insgesamt:

$$c_s - c_n = (19,6 \pm 0,1) \frac{\text{mJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Damit liegen wir in der selben Größenordnung wie der angegebene Wert von $10,6 \frac{\text{mJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

Für die Dichte der Elektronen an der Fermikante gilt:

$$N(0) = \frac{3(c_s - c_n)}{2\pi^2 k_B^2 \cdot 1,4 T_C} = \frac{3 \cdot 19,6 \frac{\text{mJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{2\pi^2 \cdot \left(1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \right)^2 \cdot 1,4 \cdot 3,726 \text{K}} \approx 2,9986 \cdot 10^{42} \frac{1}{\text{mol} \cdot \text{J}}$$

Gauß erzählt uns wieder:

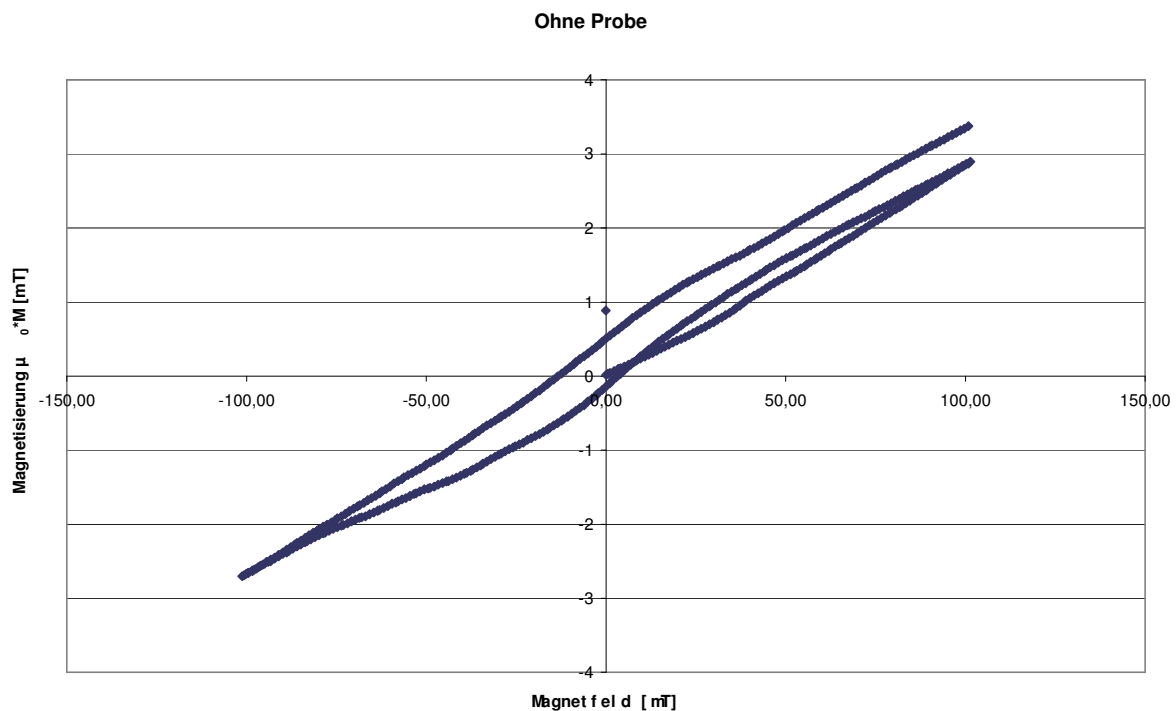
$$\begin{aligned}
 u_{N(0)} &= \sqrt{u_{(c_s - c_n)}^2 \cdot \left(\frac{\partial N(0)}{\partial (c_s - c_n)} \right)^2 + u_{T_C}^2 \cdot \left(\frac{\partial N(0)}{\partial T_C} \right)^2} = \\
 &= \sqrt{u_{(c_s - c_n)}^2 \cdot \left(\frac{3}{2\pi^2 k_B^2 \cdot 1,4 T_C} \right)^2 + u_{T_C}^2 \cdot \left(\frac{3(c_s - c_n)}{2\pi^2 k_B^2 \cdot 1,4} \cdot \left(-\frac{1}{T_C^2} \right) \right)^2} = \\
 &= \sqrt{\left(0,1 \frac{\text{mJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2\pi^2 \left(1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \right)^2 \cdot 1,4 \cdot 3,726\text{K}} \right)^2 + (0,004\text{K})^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot 19,6 \frac{\text{mJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{2\pi^2 \left(1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \right)^2 \cdot 1,4} \cdot \left(-\frac{1}{(3,726\text{K})^2} \right) \right)^2} \approx \\
 &\approx 1,5 \cdot 10^{40} \frac{1}{\text{mol} \cdot \text{J}}
 \end{aligned}$$

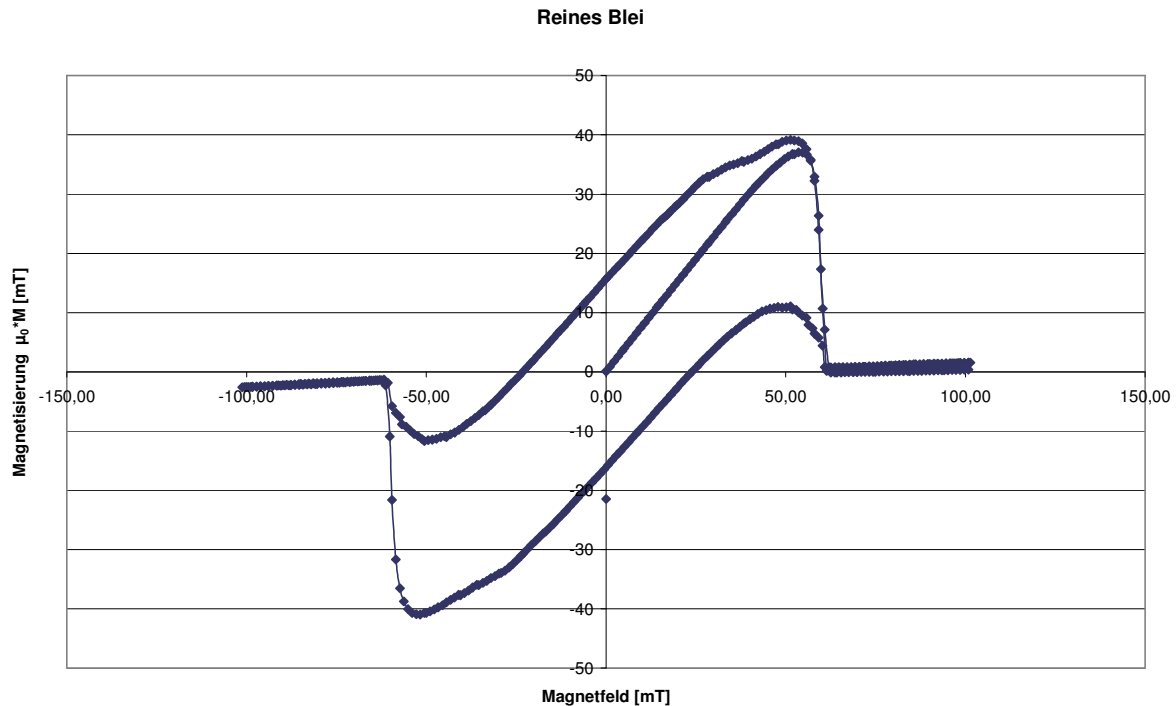
Dadurch erhalten wir insgesamt:

$$N(0) = (2,999 \pm 0,015) \cdot 10^{42} \frac{1}{\text{mol} \cdot \text{J}} = (4,980 \pm 0,025) \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{J}} = (0,798 \pm 0,004) \frac{1}{\text{eV}}$$

Aufgabe 3: Bestimmung der Suszeptibilität von reinem Blei und Aufnahme von Magnetisierungskurven

Zuerst führten wir eine Messung ohne Probe durch, um die Asymmetrie zwischen den Spulen festzustellen, danach nahmen wir eine Kurve für reines Blei auf.





Aufgrund des steilen Abfalls der Magnetisierung bei höheren Magnetfeldern, handelt es sich bei reinem Blei um einen Supraleiter 1. Art.

Aus dem Diagramm lassen sich B_C und B_C^{eff} ablesen: B_C ist der Wert, bei dem die Magnetisierung vollständig verschwunden ist und B_C^{eff} ist dann erreicht, wenn die Magnetisierung beginnt abzusinken. Damit ergibt sich:

$$B_C = (61,4 \pm 1,5)\text{mT}; B_C^{eff} = (52,8 \pm 1,5)\text{mT}$$

Es gilt:

$$B_C^{eff} = (1 - N)B_C$$

$$\Rightarrow N = 1 - \frac{B_C^{eff}}{B_C} = 1 - \frac{52,8}{61,4} \approx 14\%$$

Nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung gilt:

$$u_N = \sqrt{u_{B_C}^2 \cdot \left(\frac{B_C^{eff}}{B_C^2}\right)^2 + u_{B_C^{eff}}^2 \cdot \left(-\frac{1}{B_C}\right)^2} = \sqrt{1,5^2 \cdot \left(\frac{52,8}{61,4^2}\right)^2 + 1,5^2 \cdot \left(-\frac{1}{61,4}\right)^2} \approx 0,03$$

$$\Rightarrow N = 14\% \pm 3\%$$

Die Suszeptibilität läßt sich wie folgt ermitteln:

$$\chi = -\frac{\mu_0 M}{B_a}, \text{ wobei } B_a \text{ das von Außen angelegte Magnetfeld ist.}$$

Bei einem Magnetfeld B_a von $(39,5 \pm 0,1)\text{mT}$ erhalten wir für $\mu_0 M$ einen Wert von $(29,9 \pm 0,1)\text{mT}$. Berücksichtigen wir noch, dass die Spulen ohne Probe bei so einem äußeren Magnetfeld bereits eine Asymmetrie von $(1,1 \pm 0,1)\text{mT}$ aufwiesen, so erhalten wir:

$$\chi = -\frac{(\mu_0 M)_{Blei} - (\mu_0 M)_0}{B_a} = -\frac{(29,9 - 1,1)\text{mT}}{39,5\text{mT}} = -0,729$$

Gauß sagt:

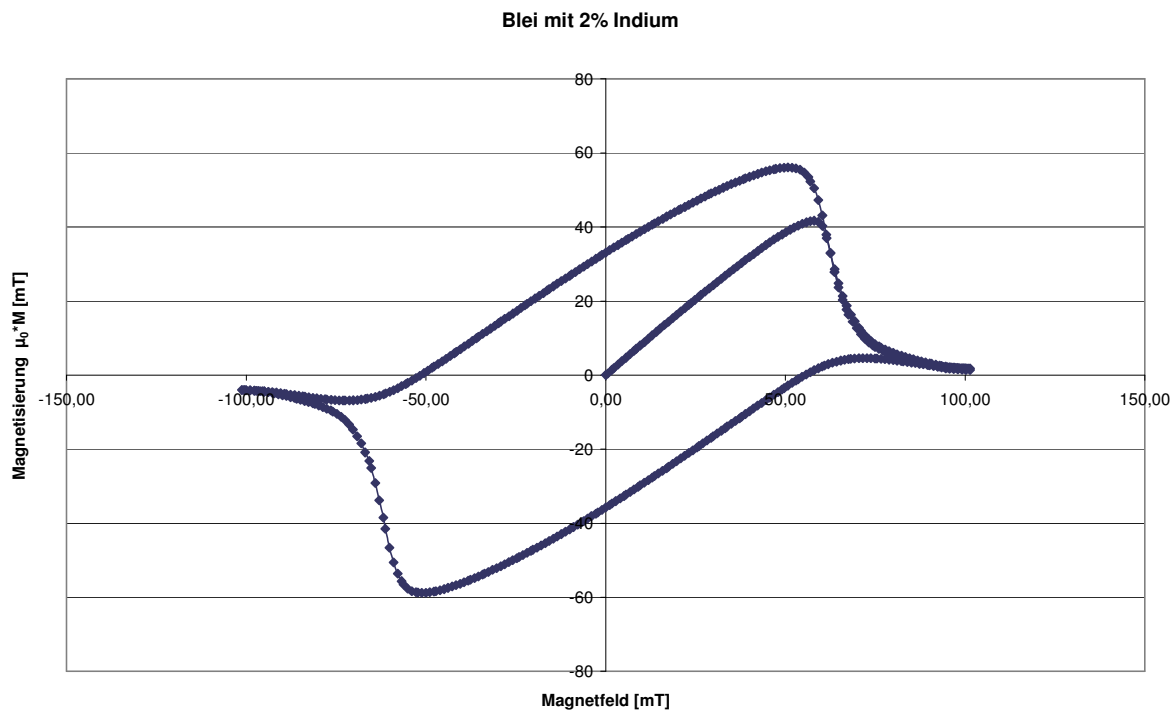
$$\begin{aligned}
 u_{\chi} &= \sqrt{u_{Mag.Blei}^2 \cdot \left(\frac{\partial \chi}{\partial (\mu_0 M)_{Blei}} \right)^2 + u_{Mag.0}^2 \cdot \left(\frac{\partial \chi}{\partial (\mu_0 M)_0} \right)^2 + u_{B_a}^2 \cdot \left(\frac{\partial \chi}{\partial B_a} \right)^2} = \\
 &= \sqrt{u_{Mag.Blei}^2 \cdot \left(-\frac{1}{B_a} \right)^2 + u_{Mag.0}^2 \cdot \left(\frac{1}{B_a} \right)^2 + u_{B_a}^2 \cdot \left(\frac{(\mu_0 M)_{Blei} - (\mu_0 M)_0}{B_a^2} \right)^2} = \\
 &= \sqrt{(0,1 \cdot 10^{-3} T)^2 \cdot \left(-\frac{1}{39,5 \cdot 10^{-3} T} \right)^2 + (0,1 \cdot 10^{-3} T)^2 \cdot \left(\frac{1}{39,5 \cdot 10^{-3} T} \right)^2 + (0,1 \cdot 10^{-3} T)^2 \cdot \left(\frac{(29,9 - 1,1) \cdot 10^{-3} T}{(39,5 \cdot 10^{-3} T)^2} \right)^2} \approx \\
 &\approx 4 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

Das ergibt:

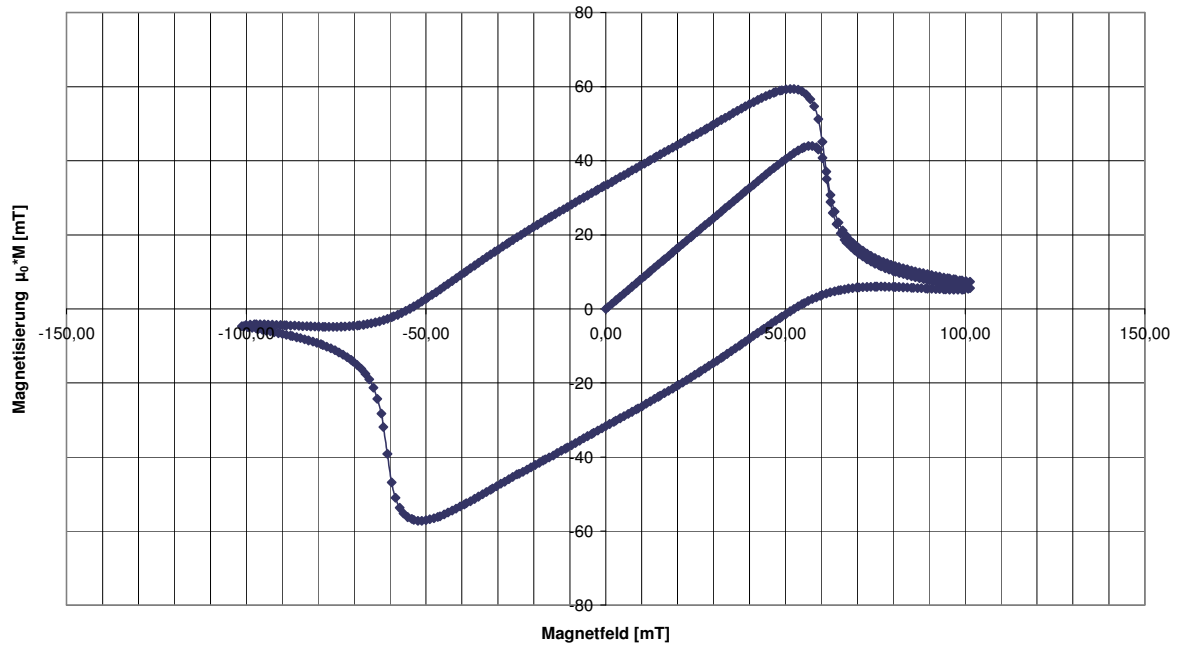
$$\chi = -0,729 \pm 0,004$$

Dies weicht doch recht deutlich vom theoretisch erwarteten Wert -1 ab. Dies könnte daran liegen, dass Blei kein idealer Diamagnet ist, oder dass Fehler bei der Messung aufgetreten sind (z.B. Probe nicht ganz in der Spule).

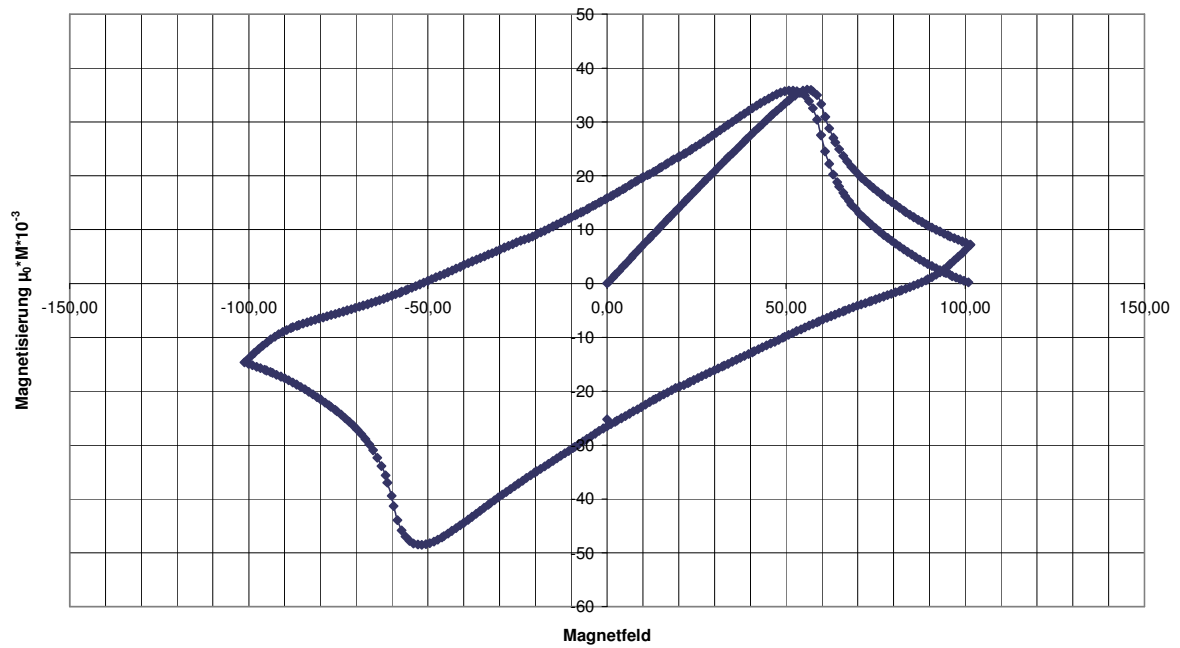
Sodann untersuchten wir Blei, das mit 2%, 3% und 4% Indium verunreinigt war:



Blei mit 3% Indium



Blei mit 4% Indium



Bei allen drei Diagrammen erkennen wir, dass es sich um Supraleiter 2. Art handelt, da die Magnetisierung nicht plötzlich steil sondern hyperbelartig abfällt.

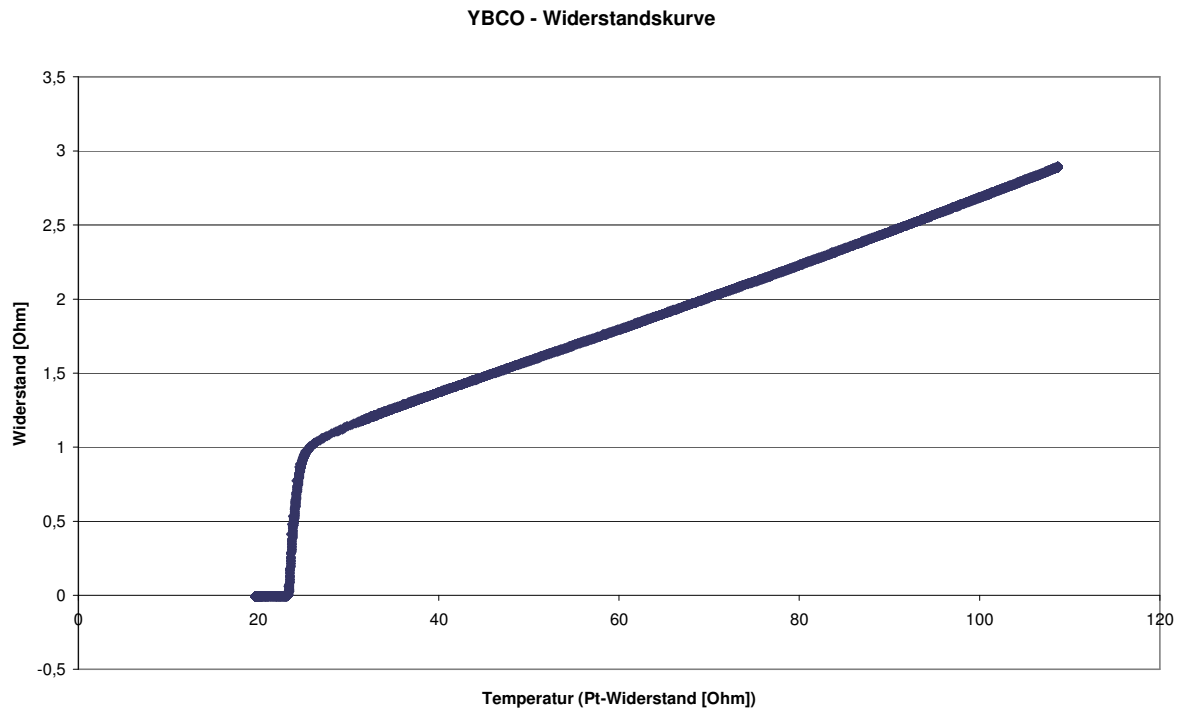
Kritische Magnetfelder:

Probe	B_{C1} [mT]	B_{C2} [mT]
2% Indium	$58,0 \pm 1$	99 ± 2
3% Indium	$57,4 \pm 1$	$110 \pm 5 (*)$
4% Indium	$55,8 \pm 1$	$150 \pm 5 (*)$

(*) = extrapoliert

Aufgabe 4: Messung der Temperaturabhängigkeit des Widerstandes eines Hochtemperatursupraleiters

Wir nehmen eine $R(T)$ -Kurve für den Hochtemperatursupraleiter $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ auf:



Bei einem Pt-Widerstand von $(25,4 \pm 0,1)\text{Ohm}$ und einem Probenwiderstand von $(0,973 \pm 0,01)\text{Ohm}$ beginnt der Probenwiderstand abzufallen. T_C ist also bei einem Probenwiderstand von $(0,485 \pm 0,01)\text{Ohm}$ abzulesen. Der Pt-Widerstand beträgt hier: $(23,9 \pm 0,1)\text{Ohm}$, was einer Temperatur von $(85 \pm 1)\text{K}$ entspricht. Die Breite des Übergangs beträgt: $(5 \pm 1)\text{K}$