Axel Günther
Claudius Knaak
Gruppe 7 (Dienstag) 09.01.02

Bestimmung von e/m mit dem Fadenstrahlrohr (e/m)

Einleitung:
Die massenspezifische Ladung von Elektronen wird mit einer Elektronenstrahlröhre, die sich im Magnetfeld befindet gemessen.

Aufgaben:
1. rechnerische Auswertung:
Die zur jeweiligen Beschleunigungsspannung U_i gehörige Konstante $(e/m)_i$ wird mit folgender Formel berechnet:

$$\left(\frac{e}{m}\right)_i = \frac{2U_i}{B^2 r_i^2} = \frac{250 U_i R^2}{64\mu_0^2 N^2 I^2 r_i^2} = \frac{250 U_i R^2}{64\mu_0^2 N^2 I^2 \left(\frac{o_i - u_i}{2}\right)^2}$$, wobei $B = \mu_0 \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} N \frac{I}{R}$.

Der Fehler für $(e/m)_i$ ist durch die quadratische Addition der Einzelfehler gegeben:

$$\Delta\left(\frac{e}{m}\right)_i = \sqrt{\left(\frac{\Delta\overline{U}_i}{\overline{U}_i}\right)^2 + 4\cdot\left(\frac{\Delta\overline{I}}{\overline{I}}\right)^2 + 4\cdot\left(\frac{\Delta\overline{r}_i^2}{\overline{r}_i^2}\right)^2}\left(\frac{e}{m}\right)_i$$

Die einzelnen Unsicherheiten sind:

$$I = \overline{I} \pm \Delta\overline{I} = 1{,}5A \pm 0{,}025\cdot 2{,}5A = 1{,}5A \pm 0{,}063A$$

$$U_i = \overline{U}_i \pm \Delta\overline{U}_i = \overline{U}_i \pm 0{,}025\cdot 300V = \overline{U}_i \pm 7{,}5V$$

$$r_i^2 = \left(\frac{o_i - u_i}{2}\right)^2 = \left(\frac{(\overline{o}_i \pm \Delta\overline{o}_i) - (\overline{u}_i \pm \Delta\overline{u}_i)}{2}\right)^2 = \left(\frac{(\overline{o}_i - \overline{u}_i) \pm \sqrt{\Delta o^2 + \Delta u^2}}{2}\right)^2 = \left(\overline{r}_i \pm \frac{\sqrt{\Delta o^2 + \Delta u^2}}{2}\right)^2 =$$

$$= \overline{r}_i^2 \pm \sqrt{2^2\left(\frac{\frac{\sqrt{\Delta o^2 + \Delta u^2}}{2}}{\frac{\overline{o}_i - \overline{u}_i}{2}}\right)^2}\cdot\overline{r}_i^2 = \overline{r}_i^2 \pm 2\frac{\sqrt{\Delta o^2 + \Delta u^2}}{\overline{o}_i - \overline{u}_i}\cdot\overline{r}_i^2 = \overline{r}_i^2 \pm \sqrt{\Delta o^2 + \Delta u^2}\cdot\frac{\overline{r}_i}{2}$$

=> $\Delta o = \Delta u = 0{,}001m$

mit den somit berechneten Unsicherheiten ergeben sich folgende Werte:

$$\left(\frac{e}{m}\right)_1 = \left(\frac{\overline{e}}{m}\right)_1 \pm \Delta\left(\frac{e}{m}\right)_1 = 1{,}7322\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 0{,}132\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

$$\left(\frac{e}{m}\right)_2 = \left(\frac{\overline{e}}{m}\right)_2 \pm \Delta\left(\frac{e}{m}\right)_2 = 1{,}7831\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 0{,}110\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

$$\left(\frac{e}{m}\right)_3 = \left(\frac{\overline{e}}{m}\right)_3 \pm \Delta\left(\frac{e}{m}\right)_3 = 1{,}8004\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 0{,}103\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

$$\left(\frac{e}{m}\right)_4 = \left(\frac{\overline{e}}{m}\right)_4 \pm \Delta\left(\frac{e}{m}\right)_4 = 1{,}8097\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 0{,}0985\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

$$\left(\frac{e}{m}\right)_5 = \left(\frac{\overline{e}}{m}\right)_5 \pm \Delta\left(\frac{e}{m}\right)_5 = 1{,}7973\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 0{,}0910\cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

insgesamt gibt das für e/m:

$$\left(\frac{e}{m}\right)_{ges} = \left(\frac{\bar{e}}{m}\right)_i \pm \sqrt{\sum_i \left(\Delta \frac{e}{m}\right)_i^2} = 1{,}7845 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \pm 0{,}241 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

U [V]=150			
oben [cm]	unten [cm]	r [cm]	e/m
19,27	12,10	3,59	1,708409323E+11
19,15	12,18	3,49	1,807859551E+11
19,26	12,05	3,61	1,689505908E+11
19,24	12,11	3,57	1,727631781E+11
19,26	12,13	3,57	1,727631781E+11
Mittelwert		3,56	1,732207669E+11
r^2		12,68	

U [V]=180			
oben [cm]	unten [cm]	r [cm]	e/m
19,48	11,89	3,80	1,829481147E+11
19,62	11,88	3,87	1,759258139E+11
19,56	11,84	3,86	1,768385273E+11
19,53	11,87	3,83	1,796196935E+11
19,55	11,82	3,87	1,763812851E+11
Mittelwert		3,84	1,783137120E+11
r^2		14,78	

U [V]=210			
oben [cm]	unten [cm]	r [cm]	e/m
19,79	11,55	4,12	1,810939145E+11
19,78	11,41	4,19	1,755122218E+11
19,76	11,56	4,10	1,828649936E+11
19,74	11,46	4,14	1,793484412E+11
19,75	11,52	4,12	1,815342643E+11
Mittelwert		4,13	1,800435895E+11
r^2		17,07	

U [V]=240			
oben [cm]	unten [cm]	r [cm]	e/m
20,05	11,19	4,43	1,790122631E+11
20,01	11,21	4,40	1,814616613E+11
20,05	11,26	4,40	1,818747782E+11
19,99	11,25	4,37	1,839616777E+11
20,02	11,15	4,44	1,786088553E+11
Mittelwert		4,41	1,809677763E+11
r^2		19,41	

U [V]=300			
oben [cm]	unten [cm]	r [cm]	e/m
20,54	10,63	4,96	1,788598783E+11
20,49	10,72	4,89	1,840225788E+11
20,47	10,74	4,87	1,855387214E+11
20,56	10,49	5,04	1,732213021E+11
20,50	10,55	4,98	1,774246995E+11
Mittelwert		4,94	1,797293599E+11
r^2		24,43	

2. graphische Auswertung:
Man kann mit Hilfe der Steigung ***s*** der Geraden die Konstante ***e/m*** bestimmen. Formelmäßig sieht das so aus:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2} = \frac{2}{B^2}\frac{\Delta U}{\Delta r^2} = \frac{2}{B^2}\frac{1}{s}$$

Für die gegebenen Unsicherheiten in U (7,5V konstant) und r^2 (etwa 3,3% des Wertes) erhält man drei Geraden im Diagramm mit minimaler und maximaler Steigung und eine Regressionsgerade. Daraus kann man dann jeweils e/m berechnen:

$$\left(\frac{e}{m}\right)_{\min} = 1{,}83 \cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$$

$$\left(\frac{e}{m}\right)_{\max} = 1{,}94 \cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$$

$$\left(\frac{e}{m}\right)_{reg} = 1{,}89 \cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$$

$$\Rightarrow \frac{e}{m} = 1{,}89 \cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg} \pm 0{,}05 \cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$$

Beantwortung der Fragen:

1. **Welche anderen experimentellen Möglichkeiten kennen Sie, um die spezifische Elektronenladung zu bestimmen?**

Eine prinzipielle Möglichkeit zur Bestimmung der spezifischen Ladung von Elektronen besteht im sog. Zyklotron. Arbeitet man mit nichtrelativistischen Geschwindigkeiten (ansonsten müsste eine Korrektur der Massenzunahme erfolgen), so beschreibt ein Elektron in einem homogenen Magnetfeld eine Kreisbahn, deren Kreisfrequenz unabhängig vom Bahnradius immer gleich ist:

$$e \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{r} \cdot \frac{1}{B} = \omega \cdot \frac{1}{B}$$

bzw.

$$\omega = \frac{e}{m} \cdot B$$

Dadurch können die Elektronen immer im richtigen Augenblick in ein elektrisches Wechselfrequenz-Beschleunigungsfeld geführt werden. Kennt man nun ω des elektrischen Beschleunigungsfeldes, so läßt sich e/m bestimmen. Die eigentliche Aufgabe des Zyklotrons besteht natürlich in der Teilchenbeschleunigung.

2. **Wie schaut die Elektronenbahn aus, wenn *v* nicht senkrecht auf *B* steht? Wann können Sie diese Erscheinung im Experiment sehen?**

Steht v nicht senkrecht auf B, erhält man eine Schraubenlinie, da die Komponente senkrecht zu B einen Kreis und die Komponente parallel zum B-Feld eine konstante Verschiebung bewirkt. Im Versuch kann man das beobachten, wenn man das Fadenstrahlrohr leicht verdreht.

3. **Warum können Sie die Elektronenbahn sehen? Welche Erklärung können sie dafür geben? Warum steht der Wasserstoff unter solch einem geringen Druck?**

Man kann die Elektronenbahn sehen, da der Glaskolben mit Wasserstoff gefüllt ist. Die Hüllenelektronen der Wasserstoffmoleküle werden durch Stöße mit den Elektronen auf höhere Energieniveaus gebracht. Beim Zurückfallen in den Grundzustand emittieren sie Licht. Wäre der Druck im Kolben höher, würden die Elektronen zu schnell abgebremst, so dass man nicht den ganzen Kreis sehen könnte. Außerdem verstärken Stöße mit den Gasmolekülen das Breiterwerden des Strahls.

4. **Diskutieren Sie ausführlich den Einfluss des Erdmagnetfeldes! Wie müsste man vorgehen um diesen Effekt nachzuweisen (Tipp: Drehung der Grundplatte um 180°)? Welchen maximalen Effekt kann man erwarten? Könnte man diesen mit dem vorliegenden Versuchsaufbau nachweisen (Fehler)?**

Um den Einfluss des Erdmagnetfeldes einschätzen zu können, betrachten wir seine Komponenten parallel und senkrecht zum Feld des Helmholtzspulenpaares.

Die Komponente senkrecht zu unserem Feld bewirkt, dass das Elektron sich auf einer Spiralbahn bewegt. Dies können wir durch Drehung der Röhre um ihre Achse ausgleichen.
Die Komponente parallel zu unserem Feld verstärkt bzw. schwächt es. (Eine Schwächung unseres Feldes tritt ein, wenn das Erdmagnetfeld zu unserem antiparallel ist.) Wird unser Feld verstärkt (geschwächt), so wird der Radius der Elektronenbahn größer (kleiner). Die Auswirkungen dieses Effektes lassen sich durch Drehung der Röhre um 180° feststellen.

Das Erdmagnetfeld ist etwa $30 \cdot 10^{-6} T$ stark. Es lässt sich also die Änderung des Radius direkt berechnen:

$$e \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B} = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U_0}{e}} \cdot \frac{1}{B}$$

Mit $U_0 = 210V$ ergibt sich für

$$B_1 = 1{,}17 mT : r_1 = 0{,}0418 m$$

$$B_2 = 1{,}20 mT : r_2 = 0{,}0407 m$$

=> Der Radius ändert sich im ungünstigsten Fall um $1{,}1 mm$. Allerdings nur dann, wenn das gesamte Erdmagnetfeld parallel zum Feld der Helmholtz-Spule stehen würde. Zum einen sind die Feldlinien nicht parallel zum Erdboden und zum anderen ist auch die Ausrichtung der Helmholtz-Spule vermutlich nicht in Nord-Süd-Richtung. Trotzdem kann man sich vorstellen, dass eine Verfälschung des Radius um fast einen Millimeter im ungünstigsten Fall schon einen nicht vernachlässigbaren systematischen Fehler darstellen könnte, der in etwa bei 5% liegen dürfte. Man könnte diesen jedoch durch Drehung der Apparatur um 90° sehr leicht eliminieren.

5. **Die in der Versuchsdurchführung geforderte graphische Auswertung kann durch eine analytische Betrachtung (Mittelwert e/m, Messunsicherheit) ersetzt werden. Skizzieren Sie diese**.

Siehe oben.