

## Vakuum

**Aufbau/ Beschreibung des Versuchs:**  
 siehe Anleitung zum Praktikumsversuch

**Aufgabenstellungen:**

**4.1:**

Die Leistung fällt nur im mittleren Druckbereich linear mit dem Druck ab. Im unteren Druckbereich sind einfach nicht genügend Teilchen vorhanden, die die vom Pirani-Draht abgegebene Wärme abführen könnten und umgekehrt sind im oberen Druckbereich zu viele Gasmoleküle, die untereinander noch wechselwirken, was den Zusammenhang zwischen Leistung und Druck ebenfalls nicht mehr linear aussehen lässt (siehe Diagramme).

**4.2:**

Es gilt:

$$\frac{p \cdot \Delta V}{\Delta t} = p_0 \cdot S$$

$$\Rightarrow S = \frac{p \cdot \Delta V}{p_0} \frac{1}{\Delta t}$$

Mit

$p_0 = 0,5 \text{ hPa}$   
 $p = 1000 \text{ hPa}$   
 $\Delta V = 10 \text{ ml}$

erhält man:

$$S = 72 \frac{m^3 \cdot s}{h} \frac{1}{\Delta t}$$

(S = Saugleistung)

Somit ergibt sich folgende Tabelle (siehe auch Praktikumsheft für die genauen Zeitwerte).  
 Um Rundungsfehler auszuschließen, haben wir alle Stellen des Taschenrechners verwendet.

Volumenänderung (ml)	Versuch 1		Versuch 1		Versuch 3	
	$\Delta t$ (in s)	S (in $m^3/h$ )	$\Delta t$ (in s)	S (in $m^3/h$ )	$\Delta t$ (in s)	S (in $m^3/h$ )
100 - 90	30	2,4	29	2,482758621	29	2,48275862
90 - 80	24	3	24	3	24	3
80 - 70	26	2,76923077	26	2,769230769	26	2,76923077
70 - 60	25	2,88	25	2,88	24	3
60 - 50	26	2,76923077	26	2,769230769	27	2,66666667
50 - 40	27	2,66666667	27	2,666666667	27	2,66666667
40 - 30	25	2,88	25	2,88	25	2,88
30 - 20	27	2,66666667	27	2,666666667	26	2,76923077
20 - 10	28	2,57142857	27	2,666666667	27	2,66666667
10 - 0	22	3,27272727	24	3	25	2,88
Mittelwerte:		2,78759507		2,778122016		2,77812202

S erhält man nun als Mittelwert der drei Versuchsergebnisse:

$$S = 2,78 \text{ m}^3/\text{h}$$

Die Standardabweichung berechnet man nach der folgenden Formel:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{3-1} \sum_{i=1}^3 (\bar{S}_i - S)^2}$$

Wobei  $\bar{S}_i$  der Mittelwert aus dem i. Versuch ist.

Man erhält:

$$\sigma = 5,47 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Die Unsicherheit berechnet sich wie folgt:

$$u = \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot \sigma$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,76$$

(Siehe hierzu die Datei ABW.pdf, Seiten 7 und 8.)

Daraus ergibt sich die Unsicherheit u:

$$u = 4,16 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Die relativ große Abweichung von der Händlerangabe ( $3,7 \text{ m}^3/\text{h}$ ) erklärt sich durch den hohen Widerstand des Kolbenprobers sowie den Leitwert des verwendeten Gummischlauchs.

#### 4.3:

##### *effektives Saugvermögen aus Experiment:*

Durch Umformung lässt sich aus  $p(t) = p_0 \cdot e^{-\frac{S}{V}t}$   $S = \ln \frac{p_0}{p(t)} \frac{V}{t}$  folgern.

1.Schlauch:

Wenn man sich nun das Diagramm ansieht, so erkennt man unschwer, daß die Kurve gegen Ende der Messung nicht mehr linear verläuft. Das bedeutet, um das effektive Saugvermögen nicht zu sehr zu verfälschen, nimmt man zur Berechnung die Werte bis ungefähr  $t=60\text{s}$ .

$$S_{\text{eff}} = \ln \frac{p_0}{p(55\text{s})} \frac{V}{t} = \ln \frac{1000\text{hPa}}{0,008\text{hPa}} \frac{3,0 \cdot 10^{-3} \text{m}^3}{55\text{s}} = 6,4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 2,3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

2.Kapillar 2mm:

$$\text{bei } 5\text{hPa ist } S_{\text{eff}} = \ln \frac{8,6\text{hPa}}{5,4\text{hPa}} \frac{3,0 \cdot 10^{-3} \text{m}^3}{15\text{s}} = 9,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,34 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$\text{bei } 0,3\text{hPa ist } S_{\text{eff}} = \ln \frac{0,32\text{hPa}}{0,29\text{hPa}} \frac{3,0 \cdot 10^{-3} \text{m}^3}{15\text{s}} = 2,0 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,071 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

**Die Theorie liefert:**

bei 5hPa (viskose Strömung):

mit  $L = \frac{\pi d^4}{128 \eta l} \bar{p}$  und  $\eta_{Luft} = 1,82 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s}$  ergibt sich

$$S_{eff} = \frac{1}{\frac{1}{S} + \frac{1}{L_{Schlauch}} + \frac{1}{L_{Kapillar}}} = \frac{1}{\frac{1}{3,7 \frac{m^3}{h}} + \frac{1}{1459 \frac{m^3}{h}} + \frac{1}{0,41 \frac{m^3}{h}}} = 0,37 \frac{m^3}{h}$$

und bei 0,3hPa (molekulare Stömung):

mit  $L = \sqrt{\frac{\pi k T}{18 m_a}} \frac{d^3}{l}$  und T=293K erhält man

$$S_{eff} = \frac{1}{\frac{1}{S} + \frac{1}{L_{Schlauch}} + \frac{1}{L_{Kapillar}}} = \frac{1}{\frac{1}{3,7 \frac{m^3}{h}} + \frac{1}{10,47 \frac{m^3}{h}} + \frac{1}{0,037 \frac{m^3}{h}}} = 0,036 \frac{m^3}{h}$$

**Beantwortung der Fragen:**

**Wann bezeichnet man ein Gas als ideal? Warum kann man für die "hier interessierenden Drücke" (Abschnitt 3) die Luft näherungsweise als ideal betrachten?**

Man bezeichnet ein Gas als ideal, wenn (1) die Gasmoleküle untereinander und mit den Gefäßwänden (falls vorhanden) nur durch elastische Stöße wechselwirken, (2) man die Gasmoleküle als Kugeln betrachten kann, (3) die mittlere freie Weglänge der Gasteilchen wesentlich größer ist, als ihr Durchmesser und (4) für das Gas die Gleichung

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

gilt, mit

p: Druck

V: Volumen

n: Stoffmenge

R: universelle Gaskonstante

T: Temperatur (in K)

Hat man gegenüber dem Verflüssigungspunkt eine ausreichend hohe Temperatur, dann kann man jedes Gas als ideal betrachten, da es dann kaum elektrostatische Wechselwirkungen mehr gibt, aufgrund der hohen kinetischen Energie der Gasteilchen. Allerdings darf der Druck nicht zu groß sein, da sonst (3) nicht mehr erfüllt ist. Diese Voraussetzungen sind hier erfüllt, da z.B. Stickstoff (Hauptbestandteil der Luft) erst bei T=77 K flüssig wird und der Druck gering ist. Denn der Luftdruck müßte schon im MPa-Bereich liegen, damit es außer den elastischen Stößen auch noch andere Wechselwirkungen gibt.

**Wie kann man jemand die Wärmeleitfähigkeit eines Gases erklären?**

Wärme entspricht der Bewegungsenergie der Gasteilchen. Allgemein versteht man unter einer Wärmeleitung den Energietransport durch Wechselwirkungen zwischen den Atomen bzw. Molekülen, wobei letztere selbst nicht transportiert werden. Gase leiten nun Wärme dadurch, daß Gasteilchen mit größerer kinetischer Energie durch elastische Stöße einen Teil dieser Energie an ihre Stoßpartner abgeben. Wie gut ein Gas die Wärme leitet (Wärmeleitfähigkeit) hängt von der Häufigkeit der Stöße ab und damit unter anderem von der Dichte des Gases.

**Wenn die Wärmeleitfähigkeit eines Gases druckunabhängig ist, welchen Sinn hat es dann, den Mantel einer Thermosflasche zu evakuieren?**

Wärmetransport findet nicht nur durch Wärmeleitung, sondern auch durch Konvektion statt. Bei der Konvektion ist die Wärmeübertragung mit einem Stofftransport verbunden. Dies spielt für den Wärmetransport in Luft bei atmosphärischem Druck eine sehr große Rolle. Durch Evakuieren des Mantels einer Thermosflasche werden Konvektionsströmungen und damit Wärmetransporte verhindert.

**Welche Größenordnungen haben die Temperatur-Leitwerte von Kupfer, Wasser, Luft, Stein, Fett? Ziehen Sie praktische Konsequenzen!**

Der Temperaturleitwert berechnet sich aus dem Quotienten von Wärmeleitfähigkeit eines Materials  $\lambda$  und dem Produkt aus spezifischer Wärmekapazität  $c$  sowie der Dichte  $\rho$ .

	Kupfer	Wasser	Luft	Stein	Fett
Wärmeleitfähigkeit [W/(m K)]	401	0,609	0,026	ca. 50	ca. 0,17
Spezifische Wärmekapazität [JK <sup>-1</sup> kg]	385	4190	1000	760	1880
Dichte [kg m <sup>-3</sup> ]	8930	998	1,293	2650	ca. 0,9
Temperatur-Leitwert [m <sup>2</sup> /s]	116,6*10 <sup>-6</sup>	0,146*10 <sup>-6</sup>	20,1*10 <sup>-6</sup>	24,8*10 <sup>-6</sup>	100*10 <sup>-6</sup> ???

Vergleich: Kupfer > Stein > Luft > Fett > Wasser ??

**Blaise Pascal schickte seinen Schwager mit einem U-Rohr-Manometer auf den Puy de Dôme, der 1463 m Höhe hat; wußte Pascal das auch? ε Wie genau wird die Druckmessung gewesen sein und was konnte es daraus schließen?**

Für den Luftdruck in Abhängigkeit von der Höhe über NN (Höhe des Meeresspiegels, NN = Normal Null) gilt die barometrische Höhenformel:

$$p(h) = p_0 * e^{\frac{-\rho_0 * g * h}{p_0}} = 1013 \text{ mBar} * e^{\frac{-0,125 * h}{\text{km}}}$$

mit

$$p_0 = 1013 \text{ mBar} = 1013 \text{ hPa}$$

$$\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3 \text{ (Dichte von Luft bei } 0^\circ\text{C und } 1013 \text{ mBar)}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Bei einer Höhe von 1463 m beträgt der Luftdruck demzufolge 844 mBar. Geht man davon aus, daß man das Quecksilber-U-Rohr-Manometer auf 1 mbar genau ablesen konnte, so erhält man einen Druckunterschied von ca. 133 Pa. Um nun die Abweichung von der tatsächlichen Höhe zu bestimmen, verwendet man wieder die Höhenformel:

$$\Delta h = h_1 - h_2$$

Mit

$$h_1 = 1463 \text{ m}$$

$$h_2 = \frac{1m}{-0,125 * 10^{-3}} * \ln \frac{p_{h_2}}{p_0}; \quad p_{h_2} = p_{h_1} + \Delta p$$

Man erhält:

$$\Delta h = h_1 + \frac{1m}{0,125 * 10^{-3}} \ln \frac{p_{h_1} + \Delta p}{p_0} \approx 15m$$

Der Schwager konnte also die Höhe des Berges auf 15 m genau abschätzen. Ob er allerdings bei der Höhe schon erkennen konnte, daß der Druck wegen der Komprimierbarkeit der Luft nicht linear, sondern exponentiell mit der Höhe abnimmt, ist nicht zu vermuten, da sich bei dieser Höhe die Abnahme noch sehr gut linear nähern läßt.

**Was verstehen Sie unter *Molekularströmungsbereich* ?**

Im Molekularströmungsbereich ist die mittlere freie Weglänge der Gasteilchen in der Größenordnung der Gefäße und Leitungen (und größer). Dabei spielen die Wechselwirkungen der Teilchen untereinander keine so große Rolle mehr, da die Stöße untereinander sehr viel seltener sind als Stöße mit den Wänden. Deshalb ist für die Berechnung der Leitwerte die Viskosität nicht mehr von Bedeutung und somit ist der Leitwert Druckunabhängig.

**Angenommen, Sie versuchen den Behälter auch mit der 1 mm Kapillare zu evakuieren! Welchen Druck erwarten Sie nach 10 Minuten?**

**Mit einer kommerziellen UHV-Anlage werden typischerweise Drücke von  $4 \cdot 10^{-11}$  hPa erzeugt. Berechnen Sie die zugehörige freie Weglänge  $\lambda$ .**

Bei Zimmertemperatur (20°C) und

$$d \approx 2r \approx 2 \cdot 0,53 \sqrt{\frac{m_A}{\rho}} \approx \sqrt[3]{\frac{14,4u}{1,29 \frac{kg}{m^3}}} \approx 2,65 \cdot 10^{-9} m \text{ ergibt sich:}$$

$$\lambda = \frac{kT}{\pi\sqrt{2}d^2 p} = \frac{1,381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} 293K}{\pi\sqrt{2} \cdot (2,65 \cdot 10^{-9} m)^2 \cdot 4 \cdot 10^{-11} hPa} = 32,4km$$