Axel Günther
Claudius Knaak
Gruppe 7 (Dienstag) 25.05.01

Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes von Festkörpern

Aufbau/ Beschreibung des Versuchs:
siehe Anleitung zum Praktikumsversuch

Durchführung des Versuchs:
Der Widerstand eines Platindrahtes, eines Konstantandrahtes und einer Probe aus reinem Germanium wird im Temperaturbereich von etwa 20°C bis 140°C bestimmt. Dabei werden die Proben in einem Ölbad erhitzt und die Widerstände (bei Platin und Konstantan) und die Spannung (bei Germanium) in 20°C-Abständen mit einem Digitalmultimeter gemessen. Die Meßergebnisse sind im Protokollheft nachzuschlagen.

Aufgabenstellung:
4.) Widerstandsmessung:
Allgemein kann man zur Messung sagen, daß durch die beim Ablesen der vier Meßwerte pro Temperaturpunkt verstrichene Zeit keinen qualitativen Einfluß auf das Ergebnis hat. Da wir den Meßvorgang sehr schnell durchführen konnten (der Temperaturanstieg innerhalb einer Messung war ca. 1°C bis 2°C), gibt das für die Widerstand-Temperaturkurven nur eine kleine, nicht verzerrende Verschiebung in Temperaturrichtung.
1. Platin:
Graphische Darstellung per Hand auf dem beiliegenden Millimeterpapier (Diagramm A) und zusätzlich in Diagramm1.

Temperaturkoeffizient β:

Es gilt für leitende Metalle in guter Näherung die folgende Formel:

$$R(\theta) = R_0 \cdot (1 + \beta \cdot \theta) = R_0 + R_0 \cdot \beta \cdot \theta$$

R_0: elektrischer Widerstand bei 0°C
θ: Temperatur in °C

Um β zu bestimmen, berechnen wir die Ausgleichsgerade.
Es gilt:

Achsenabschnitt a_0:

$$a_0 = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum y_i x_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = R_0$$

Steigung a_1:

$$a_1 = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = R_0 \cdot \beta$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{a_1}{a_0} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum y_i x_i}$$

Für die x-Werte sind die Temperaturmessungen in °C und für die y-Werte die Widerstandsmessungen in Ohm einzusetzen. Die Meßwerte sind im Protokollheft nachzuschlagen, wobei die Temperaturwerte mit einem Ablesefehler von ±1°C behaftet sind und die Widerstandswerte mit einem Ablesefehler von ±1 Ω.

$$\mathrm{R}_0 = \mathrm{a}_0 = \frac{56000(°C)^2 * 900\Omega - 560°C * 75700\Omega°C}{392000(°C)^2 - 313600(°C)^2} = 102{,}1\Omega$$

$$\beta = \frac{7 * 75700°C\Omega - 560°C * 900\Omega}{56000°C * 900\Omega - 560°C * 75700°C\Omega} = 3{,}234 * 10^{-3}\,\tfrac{1}{°C}$$

Unsicherheiten:

Die Unsicherheiten, mit denen a_0 und a_1 behaftet sind, ergeben sich zu:

$$u_0 = s_y \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

und

$$u_1 = s_y \sqrt{\frac{n}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

mit

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum (a_0 + a_i x_i - y_i)^2}{n-2}} = 7{,}714\Omega$$

Man erhält:

$u_0 = 6{,}52\ \Omega$

$$u_1 = 73 \cdot 10^{-3}\,\frac{\Omega}{°C}$$

Die systematische Unsicherheit aus Geräteungenauigkeit und Ablesefehler von 1⦸ bzw. 1°C tritt gegenüber der statistischen Unsicherheit in den Hintergrund und kann deswegen vernachlässigt werden.

Somit hat man als Endergebnis:

$$\mathrm{R}_0 = 102\Omega \pm 7\Omega$$

$$\beta = 3(\pm 73) \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{°C} \Rightarrow |\beta| \le 76 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{°C}$$

R_0 läßt sich also bis auf ca. 7Ω Genauigkeit bestimmen, wohingegen bei β die Unsicherheit größer ist, als das Meßergebnis, d.h. es läßt sich nur eine Obergrenze angeben. Eine Möglichkeit ein genaueres Ergebnis zu bekommen, wäre mehr Meßpunkte mit geringeren Temperaturabständen zu erstellen. Es fällt jedoch auf, daß die Meßunsicherheiten generell ziemlich groß sind (auch beim Widerstand). Man könnte sie verringern, indem man den Ablesefehler und damit auch die Meßgenauigkeit um mindestens eine Stelle erhöht.

2. Konstantan:

Graphische Darstellung per Hand auf dem beiliegenden Millimeterpapier (Diagramm A) und zusätzlich in Diagramm1.

Temperaturkoeffizient β:

Da die Meßwerte alle gleich sind, erübrigt sich die Berechnung einer Ausgleichsgerade. Wie aus dem Diagramm ersichtlich ist hat man eine zur t-Achse parallele Gerade. Die Steigung dieser Geraden ist folglich Null. Damit ist auch $\beta = 0$, denn $\beta = a_1/a_0$ und $a_1 = 0$.
Für R_0 ergibt sich: $R_0 = 100$ ⦸.

Unsicherheiten:

u_0 und u_1 sind Null. Der Grund liegt darin, daß alle Meßpunkte auf einer Geraden liegen und deshalb die Ausgleichsgerade mit dem Graphen zusammenfällt. Dies wiederum hat zur Folge, daß die Fehlerquadratsumme $s = \sum (a_0 + a_i x_i - y_i)^2$ Null wird. Damit ist auch s_y und deshalb auch u_0 und u_1 Null. Es bleiben nur noch die Ablesefehler übrig.

Endergebnis:
$\beta = 0$
$R_0 = 100$⦸ ±1⦸

3. Germanium:

Graphische Darstellung per Hand auf dem beiliegenden Logarithmuspapier (Diagramm B) und zusätzlich in Diagramm2

Die Berechnung der Energielücke erfolgt über die Formeln

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{R}\frac{l}{q}$$

$$\sigma(T) = \sigma_0 e^{-\frac{E_G}{2k_B T}} = \frac{1}{R_0}\frac{l}{q} e^{-\frac{E_G}{2k_B T}}$$

Daraus ergibt sich

$$E_G = \ln\frac{R(T)}{R_0} k_B T$$

Beantwortung der Fragen:

Wie ist der spezifische Widerstand eines Leiters definiert?

$$\rho = R\frac{q}{l}$$

ρ: spezifischer Widerstand
R: elektrischer Widerstand
l: Leiterlänge
q: Leiterquerschnitt

Was versteht man unter der Beweglichkeit von Ladungsträgern?

Darunter versteht man das Verhältnis der Driftgeschwindigkeit v_D der jeweiligen Ladungsträger zum angelegten elektrischen Feld E:

$$\mu = \frac{v_D}{E}$$

Wie unterscheiden sich die Energiebänder von Halbleiter, Metall und Isolator am absoluten Nullpunkt?

- Isolator:
  Das Leitungsband ist völlig leer, zwischen Valenz- und Leitungsband besteht eine relativ große Energielücke.
- Halbleiter:
  Das Leitungsband ist völlig leer, allerdings ist die Energielücke geringer als beim Isolator.
- Metall:
  Das Leitungsband ist teilweise mit Elektronen besetzt, die Energielücke ist in etwa so groß wie beim Halbleiter.

Warum bestimmt man den Widerstand des Halbleiters mit der 4-Kontakt- Methode? Wie funktioniert diese?

Wenn man den Widerstand des Halbleiters direkt messen würde, so würde das Ergebnis durch den Übergangswiderstand zwischen Halbleiter und Metallkontakt erheblich verfälscht werden. *Funktionsweise der 4-Kontakt- Methode*: Am Halbleiter wird eine Gleichspannung angelegt und ein geeichter Widerstand in Serie geschaltet. Man mißt an beiden den Spannungsabfall und kann nun, da der Normwiderstand bekannt ist, den Widerstand des Halbleiters bestimmen. Da im Vergleich zu den eventuell auftretenden Kontakt- oder Zuleitungswiderständen der Innenwiderstand des Voltmeters sehr groß ist, kann man letztere vernachlässigen.