

Optische Abbildung

Aufbau/ Beschreibung des Versuchs:

siehe Anleitung zum Praktikumsversuch

Aufgabenstellung:

5.1:

Streulinsen: E

Sammellinsen: A,B,C,D,G,H

5.2:

Die Brennweite der Linsen errechnet sich mit $f = \frac{k+l}{2}$. Für einzelne dünne Linsen mit

Hauptebenenabstand nahe null ist bei der Autokollimationsmethode $k=l$.

Somit (Linse B):

$$f = \frac{k+l}{2} = \frac{2 \cdot [(20,2\text{cm} \pm 0,1\text{cm}) - (10,1\text{cm} \pm 0,1\text{cm})]}{2} = (20,2\text{cm} \pm 0,1\text{cm}) - (10,1\text{cm} \pm 0,1\text{cm})$$

$$f_{\max} = 10,3\text{cm}$$

$$f_{\min} = 9,9\text{cm}$$

analog für Linse C:

$$f_{\max} = 20,5\text{cm}$$

$$f_{\min} = 20,1\text{cm}$$

und Linse D:

$$f_{\max} = 50,2\text{cm}$$

$$f_{\min} = 49,8\text{cm}$$

5.3.1:

Die Brennweite berechnet sich mit Autokollimation und Bessel nach

$$f' = \frac{1}{2} \sqrt{(e-k-l)^2 - d^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{((125,0\text{cm} \pm 0,2\text{cm}) - (36,6\text{cm} \pm 0,2\text{cm}) - (17,2\text{cm} \pm 0,2\text{cm}))^2 - (49,0\text{cm} \pm 0,2\text{cm})^2}$$

Die Fehler von 0,2cm ergeben sich deswegen, weil e, k und l aus jeweils zwei Markierungen berechnet werden mit einer Unsicherheit von je 0,1cm.

$$f'_{\max} = 26,3\text{cm}$$

$$f'_{\min} = 25,3\text{cm}$$

Der Hauptebenenabstand ist dann

$$h = k + l - 2f = (36,6\text{cm} \pm 0,2\text{cm}) + (17,2\text{cm} \pm 0,2\text{cm}) - 2(25,8\text{cm} \pm 0,5\text{cm})$$

$$h_{\max} = 3,6\text{cm}$$

$$h_{\min} = 0,8\text{cm}$$

5.3.2:

Da wir die Aufgabenstellung fehlinterpretierten, haben wir nicht den Schirm, sondern das Linsensystem um jeweils 2,5 cm in Richtung Raster verschoben und danach den Abstand des Schirms so eingestellt, daß wir ein scharfes Bild erhielten. Beide Vorgehensweisen sind jedoch äquivalent.

Man erhält die Brennweiten f bzw. f' , indem man g als Funktion von $(1-1/V)$ und g' als Funktion von $(1-V)$ graphisch aufträgt und dann die Steigungen bestimmt. h und h' ergeben sich aus den jeweiligen Achsenabschnitten. Um eventuell vorkommende Meßunsicherheiten auszugleichen, berechnen wir die Ausgleichsgerade. Es gilt:

Allgemeine Gerade:

$$y = a_0 + a_1 * x$$

Achsenabschnitt:

$$a_0 = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum y_i x_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

Steigung:

$$a_1 = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

Für die Unsicherheiten, mit denen a_0 und a_1 behaftet sind, gilt:

$$u_0 = s_y \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

und

$$u_1 = s_y \sqrt{\frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

mit

$$s_y = \sqrt{\frac{s}{n-2}} \quad s = \sum (a_0 + a_1 x_i - y_i)^2$$

Für unseren Versuch erhalten wir folgende Ergebnisse:

1. g über $(1-1/V)$

$$h_1 = a_0 = -9,81 \text{ cm}$$

$$f = a_1 = 26,3$$

$$u_0 = 0,5060 \text{ cm}$$

$$u_1 = 0,00794$$

2. g' über $(1-V)$

$$\begin{aligned}h_2 &= a_0 = 12,1 \text{ cm} \\f' &= a_1 = 25,1 \\u_0 &= 0,2645 \text{ cm} \\u_1 &= 0,00440\end{aligned}$$

5.3.4:

Aus der Beziehung

$$f' = \frac{f_1' f_2'}{t - f_1' - f_2'}$$

erhält man durch Umformen

$$\begin{aligned}f_2' &= f \frac{t - f_1'}{f_1' + f} = (25,8 \text{ cm} \pm 0,5 \text{ cm}) \frac{4,0 \text{ cm} - (10,1 \text{ cm} \pm 0,2 \text{ cm})}{(10,1 \text{ cm} \pm 0,2 \text{ cm}) + (25,8 \text{ cm} \pm 0,5 \text{ cm})} \\f_{2' \text{ max}} &= f_{2' \text{ min}} = -4,4 \text{ cm}\end{aligned}$$

Beantwortung der Fragen:

Wie verhält sich die Größe der beiden Bilder, die in den Stellungen 1 bzw. 2 entstehen (Abb. 3)?

Es gilt:

$$V = \frac{y'}{y} = \frac{f}{f - a}$$

mit

V: Vergrößerung

f: Brennweite

y: Gegenstandsgröße

y': Bildgröße

a: Abstand: Gegenstand - Hauptebene

Somit erhält man für die Bildgröße:

$$y' = \frac{f}{f - a} * y$$

Dies entspricht für Stellung 1 bzw. Stellung 2:

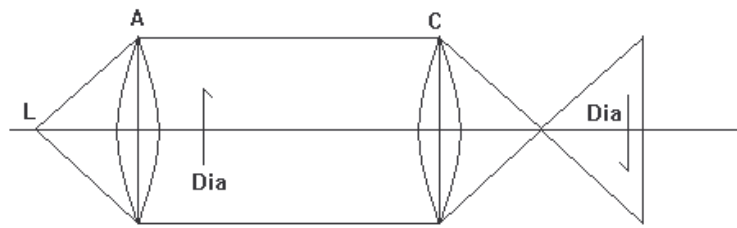
$$y_1' = \frac{f}{f - a_1} * y$$

$$y_2' = \frac{f}{f - a_2} * y$$

Das Größenverhältnis der beiden Bilder berechnet sich wie folgt:

$$\left| \frac{y_1'}{y_2'} \right| = \left| \frac{f - a_2}{f - a_1} \right|$$

Wie werden in einem Projektionsapparat Lampe, Kondensor und Objektiv angeordnet? Skizzieren und begründen Sie den Sachverhalt.



L: Lampe

Der Kondensator (A) muß so angebracht werden, daß die Halogenlampe im Brennpunkt der Linse steht. Das von der Lampe ausgesandte Licht wird dann durch den Kondensator parallelisiert. Dadurch wird eine Verzerrung des Bildes vermieden. Hinter dem Kondensator wird nun das Dia angeordnet und dahinter die Objektivlinse (C). Wenn die Projektionsfläche weit entfernt ist, würden sich die Parallelstrahlen ohne Objektivlinse zu einem Lichtkegel aufweiten, wodurch die Projektion unscharf werden würde. Die Funktion des Objektivs ist also, die Schärfe des Bildes auf die jeweilige Entfernung der Projektionsfläche einstellen zu können. Damit das Bild aufrecht zu sehen ist, muß das Dia auf dem Kopf stehen, da sich eine negative Vergrößerung ergibt ($y' < 0$).

Wie weit ist bei einem auf unendlich eingestelltem Phototeleobjektiv von 200 mm Brennweite die bildseitige Hauptebene von der Filmebene entfernt?

Wir gehen davon aus, daß sich das Phototeleobjektiv in Luft befindet. Dann gilt die Linsengleichung in der Form:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

mit

f: Brennweite

a: Abstand: Gegenstand - Hauptebene (H)

a': Abstand: Bild - Hauptebene (H')

Es ist: $f = 200 \text{ mm} = 20 \text{ cm}$; a ist Unendlich (Voreinstellung).

Damit erhält man: $-a' = f$.

Die Filmebene (Bildebene) befindet sich also 20 cm hinter der Hauptebene.

Was ergibt sich aus den Gleichungen (3a,b) bzw. (4) für Lage, Größe und Art des Bildes, wenn sich ein Objekt in einem Abstand $a = 0,5f$ von der objektseitigen Hauptebene einer Sammellinse befindet?

Es gilt:

Gleichung I:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

Gleichung II:

$$\frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}$$

Setze $a = 0,5f$ ein in I und man erhält: $f = a'$.

Nun setze man beides ein in II:

$$\begin{aligned}\frac{y'}{y} &= \frac{2f}{f} = 2 \\ \Rightarrow y' &= 2y\end{aligned}$$

d.h. das Bild ist doppelt so groß wie das Objekt.

Da $a' > 0$ und $a > 0$ ist auch die Vergrößerung positiv. Man erhält somit ein Bild, das dieselbe Ausrichtung hat wie das Objekt. Es ist ein virtuelles Bild.

Wie verändert sich die Gesamtbrennweite eines Systems von zwei Sammellinsen gleicher Brennweite in Abhängigkeit vom Abstand t (gemäß Gl.6)?

Es gilt:

$$\Delta = t - f_1 - f_2$$

und

$$f = \frac{f_1 * f_2}{\Delta}$$

Mit:

f_1, f_2 : Brennweite der Linse 1 bzw. Linse 2

f : Brennweite des Systems

$$\Rightarrow f = \frac{f_1 * f_2}{t - f_1 - f_2}$$

für $f_1 = f_2$ folgt:

$$f = \frac{f_1^2}{t - 2f_1}$$

Für t gegen 0 geht f gegen $-0,5f_1$; für t gegen f_1 geht f gegen $-f_1$ und für t gegen Unendlich geht f gegen 0. Allerdings kann man bei letzterem dann auch nicht mehr von einem Linsensystem sprechen.