

Lichtbeugung und Lichtbrechung

(Fehlerrechnung nicht vollständig und leider auch falsch!)

Aufbau/ Beschreibung des Versuchs:

siehe Anleitung zum Praktikumsversuch

Durchführung des Versuchs:

1. Beugung am Spalt:

Bei diesem Versuchsaufbau wird die grüne Linie des Quecksilberspektrums durch Beugung am Einzelspalt bestimmt. Das Spaltbild erscheint auf einem skalierten Dia. Es wird mit drei verschiedenen Spalt-Dia-Abständen gemessen. Die Spaltbreite beträgt $127\mu\text{m}$.

2. Beugung am Gitter:

In diesem Versuch trifft das Licht der Quecksilberdampfampe auf ein Gitter, wird daran gebeugt und auf eine Skala (Lineal) geworfen. Der Versuch wird dreimal mit jeweils anderem Gitter-Skala-Abstand durchgeführt, um die Wellenlänge der Spektrallinien möglichst genau bestimmen zu können. Wir haben ein Gitter mit der angegebenen Gitterkonstanten von $0,01\text{ mm}$ verwendet.

3. Brechung im Prisma:

Es wird zunächst der brechende Winkel des Prismas bestimmt, danach die jeweiligen Winkel der minimalen Ablenkung für die drei Spektrallinien. Damit kann der Brechungsindex und die Dispersionskurve berechnet werden.

Aufgabenstellung:

3.2a) Beugung am Spalt:

(Meßwerte/-ergebnisse siehe Protokollheft und Tabelle) Gemessen werden die Abstände der Übergänge von Maxima zu Minima und umgekehrt. Somit läßt sich jeweils die Mitte des Maximums/Minimums berechnen. Allgemein ist zur Messung zu sagen, daß durch die geringe Lichtintensität das Ablesen der Skala sich teilweise äußerst schwierig gestaltet. Besser wäre eine Beleuchtung der Skala mit einer roten Leuchtdiode, wie das bei Fadenkreuzokularen für die Astronomie der Fall ist. Ein Fehler von $0,1\text{ mm}$ bis $0,2\text{ mm}$ ist daher beim Ablesen vom Dia wohl angemessen. Weiterhin muß man die Abstandsmessung vom Dia zum Beugungsspalt mit je $0,5\text{ mm}$ Ablesegenauigkeit und Korrekturen von -2 mm für die Diafassung, -2 mm für den Filter und $-1,5\text{ mm}$ für das Dia selbst (jeweils mit $0,5\text{ mm}$ Unsicherheit) mit einbeziehen. Eine Verdrehung des Dias bzw. des Beugungsspaltes (proportional zum Cosinus des Winkels senkrecht zur optischen Achse) macht bei einer Einstellgenauigkeit von geschätzten 3° allenfalls im Promillebereich etwas aus.

Die Wellenlänge ergibt sich dann nach den Beziehungen:

$$\lambda = \frac{d \cdot \sin \alpha}{n} = \frac{d \cdot \sin \frac{S_i}{l}}{n} \text{ für Minima}$$

$$\lambda = \frac{d \cdot \sin \alpha}{n + \frac{1}{2}} = \frac{d \cdot \sin \frac{S_i}{l}}{n + \frac{1}{2}} \text{ für Maxima}$$

Es ergibt sich für l ein Gesamtfehler von $\pm 2,5\text{mm}$ aus den folgenden Einzelfehlern:

Ableseungenauigkeit der Position des Klemmreiters für die Dia- und Beugungsspalthalterung ($\pm 0,5\text{mm}$, $\pm 0,5\text{mm}$); Ableseungenauigkeit der Position des Dias, der Diafassung und des Filters ($\pm 0,5\text{mm}$, $\pm 0,5\text{mm}$, $\pm 0,5\text{mm}$). Mit den oben erwähnten Korrekturen erhält man für $l = (s_{\text{Beugungsspalt}} - s_{\text{Dia}}) - 5,5\text{mm} \pm 2,5\text{mm} = \Delta s \pm 2,5\text{mm}$.

Da S_i aus der Mittelung der Abstände von rechter zu linker Seite des Maximums/Minimums und weiterhin eine Mittelung über die S_i rechts und links des Hauptmaximums entsteht, nehmen wir einen Ablesefehler von $\pm 0,1\text{mm} \pm 0,1\text{mm} \pm 0,1\text{mm} \pm 0,1\text{mm} = \pm 0,4\text{mm}$ an. Eine Ungenauigkeit beim Ausrichten des Dias zur optischen Achse von geschätzten 3° ist im Vergleich zum Parallaxenwinkel, der sehr schwer abschätzbar ist und der durch das undefinierte Durchsehen durch die Betrachterlupe entsteht vernachlässigbar. Also

$$S_i = \frac{(S_{i,\text{links des Hauptmaximums, linke Seite}} \pm 0,1\text{mm}) + (S_{i,\text{links des Hauptmaximums, rechte Seite}} \pm 0,1\text{mm})}{2} + \frac{(S_{i,\text{rechts des Hauptmaximums, linke Seite}} \pm 0,1\text{mm}) + (S_{i,\text{rechts des Hauptmaximums, rechte Seite}} \pm 0,1\text{mm})}{2} = S_{i,\text{links des Hauptmaximums, linke Seite}} + S_{i,\text{links des Hauptmaximums, rechte Seite}} + S_{i,\text{rechts des Hauptmaximums, linke Seite}} + S_{i,\text{rechts des Hauptmaximums, rechte Seite}} \pm 0,1\text{mm}$$

Die Breite des Beugungsspalt d ist mit $127\mu\text{m} \pm 2\mu\text{m}$ angegeben. Berücksichtigt man eine Ungenauigkeit beim Einstellen der Spaltebene von ca. 3° , so muss man eine maximale Verkleinerung der wirkenden Öffnung von $127\mu\text{m}(1 - \cos \frac{3^\circ}{360^\circ} 2\pi) = 0,17\mu\text{m}$ annehmen. Da

sich aber diese Verkleinerung zum Winkel nicht linear verhält, wissen wir nicht, wie wir diese als lineare plus-minus-Unsicherheit in die Fehlerrechnung einbeziehen sollen. Abgesehen davon ist die Toleranz der Spaltbreite um eine Größenordnung höher als die Verdrehung bewirken kann, und somit vernachlässigbar.

Für die Berechnung der Wellenlänge zieht man wegen der besseren Abbildung nur die

$$\lambda = \frac{d \cdot \sin \frac{S_i}{l}}{n} = \frac{(127\mu\text{m} \pm 2\mu\text{m}) \cdot \sin \frac{S_i \pm 0,1\text{mm}}{\Delta s \pm 2,5\text{mm}}}{n} \approx \frac{(127\mu\text{m} \pm 2\mu\text{m})(S_i \pm 0,1\text{mm})}{\Delta s \pm 2,5\text{mm}} \frac{1}{n}$$

Der Bereich der Wellenlänge ist für die drei Versuche mit unterschiedlichem l (es werden jeweils alle Ordnungen mit in eine Berechnung einbezogen – siehe Tabelle):

$$1.: \lambda_{\text{max}} = \frac{(127\mu\text{m} + 2\mu\text{m}) \left(\frac{1,2\text{mm}}{1} + \frac{2,4\text{mm}}{2} + \frac{3,55\text{mm}}{3} + \frac{4,75\text{mm}}{4} + 0,1\text{mm} \right)}{275,5\text{mm} - 2,5\text{mm}} = 610,8\text{nm}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{(127 \mu\text{m} - 2 \mu\text{m}) \left(\frac{1,2\text{mm}}{1} + \frac{2,4\text{mm}}{2} + \frac{3,55\text{mm}}{3} + \frac{4,75\text{mm}}{4} - 0,1\text{mm} \right)}{275,5\text{mm} + 2,5\text{mm}} = 491,3\text{nm}$$

ohne Formel:

2.: Versuch: $\lambda_{\max} = 601,4\text{nm}$ $\lambda_{\min} = 508,9\text{nm}$

3. Versuch: $\lambda_{\max} = 645,2\text{nm}$ $\lambda_{\min} = 467,2\text{nm}$

Bei der Auswertung der Meßergebnisse ist eine deutliche Abweichung der Wellenlänge beim ersten Minimum und ersten Maximum von Versuch3 zu erkennen (Diagramm3). Mögliche Ursachen sind wahrscheinlich ungenaues Ablesen und/oder falsches Eintragen in die Tabelle auf Grund von Kommunikationsschwierigkeiten oder Versehen. Es läßt sich ebenfalls eine größere Abweichung der Meßwerte zu den höheren Maxima/Minima feststellen. Die Mittelwerte werden ohne die bei Versuch3 aufgetretenen Meßabweichungen gebildet (Diagramm4). Bei der Bestimmung der Wellenlänge mit Hilfe der Diagramme nimmt man besser das der Minima (Diagramm1), da die Maxima (Diagramm2) auf dem Interferenzbild unscharf erscheinen und sich mit der damit verbundenen größeren Meßunsicherheit deutlich „schlechtere Geraden“ ergeben. Zur Bestimmung der Wellenlänge nimmt man, wie in obiger Formel ersichtlich, die Steigung der Geraden und multipliziert sie mit dem „Proportionalitätsfaktor“ Spaltbreite (siehe Diagramm1).

3.2b) Beugung am Gitter:

In diesem Versuch trifft das Licht der Quecksilberdampflampe (Hg-Lampe) auf ein Gitter, wird daran gebeugt und auf eine Skala (Lineal) geworfen. Der Versuch wird dreimal mit jeweils anderem Abstand Gitter - Skala durchgeführt. Wir haben ein Gitter mit der angegebenen Gitterkonstanten von 0,01 mm verwendet.

Bestimmung des Abstands Gitter-Lineal

Zunächst haben wir uns überlegt, welche Fehler auftreten können.

-Fehler bei der Positionsbestimmung des Lineals:

Wir schätzten unseren Ablesefehler bei der Positionsbestimmung der Halterung auf 0,5 mm ab. Da jedoch das Lineal nicht genau senkrecht über der Markierung angebracht, sondern etwas nach hinten versetzt war, ist eine Korrektur der abgelesenen Position nötig. Es ergab sich eine Versetzung von +7 mm, wobei wir den Ablesefehler wieder mit 0,5 mm abgeschätzt haben.

-Fehler bei der Positionsbestimmung des Gitters:

Um die Position der Halterung zu bestimmen, nahmen wir auch hier einen Fehler von 0,5 mm an. Aufgrund der Dicke der Fassung ergibt sich ein Korrekturwert von +2 mm (Ablesefehler: 0,5 mm). Schließlich kommt noch ein Fehler durch die Dicke des Beugungsgitters zustande. Diese haben wir zu 2,5 mm ermittelt (Ablesefehler: 0,5 mm). Die Unsicherheit besteht nun darin, daß wir nicht genau wissen, wo das Licht gebeugt wird. Es kann gleich auf der Vorderseite oder erst beim Verlassen des Gitters, also auf der Rückseite, gebeugt werden. Wir setzten die Beugung des Lichts in die Mitte des Gitters (+2,25 / 2 mm) und erhalten eine Unsicherheit von 1,25 mm.

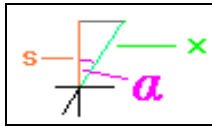
-Ergebnis:

Wir zählen zur Position des Lineals 7 mm hinzu, mit einem Ablesefehler von insgesamt 0,1 mm. Zur abgelesenen Position des Beugungsgitters zählen wir 3,25 mm hinzu und haben einen Ablesefehler von 2,25 mm. Unter Berücksichtigung der gültigen Stellen berechnet sich der Abstand Gitter - Lineal nun wie folgt: Differenz der abgelesenen Position +3,8 mm ± 3,3 mm.

Bestimmung der Maxima:

-Fehler bei der Positionsbestimmung der Maxima:

Den Ablesefehler schätzen wir wieder auf 0,5 mm ab. Hier kommt noch ein weiterer Fehler zum tragen, aufgrund der Tatsache, daß das Lineal mit unseren Methoden nicht exakt senkrecht zum Strahlengang ausgerichtet werden kann. Da die Winkelabweichung allerdings - nach unserer Einschätzung - nur wenige Grad betrug, kann dieser Fehler vernachlässigt werden. Der eigentliche Abstand s läßt sich nach folgender Formel berechnen: $s = x \cdot \cos \alpha$



(siehe Abbildung 1). Bei einem Winkel von 0° ist $\cos 0^\circ = 1$. Für kleine Winkel (unter 10°) wird $\cos \alpha$ nur unwesentlich kleiner, d. h. man kann den daraus resultierenden Fehler vernachlässigen.

Auswertung der Messungen:

- Berechnung von s_n (Abstand des n. Maximums vom 0. Maximum):

$s_{n, \text{rechts}}$ bzw. $s_{n, \text{links}}$ erhält man aus der Differenz 0. Maximumswert - n. Maximumswert_{rechts} bzw. 0. Maximumswert - n. Maximumswert_{links}.

$$s_n = \frac{s_{n, \text{links}} + s_{n, \text{rechts}}}{2}$$

- Berechnung von $\sin \alpha_n$:

Aus $\tan \alpha_n = s_n / l$ läßt sich α_n und dann $\sin \alpha_n$ berechnen (l = Abstand Gitter - Lineal).

Da $\tan \alpha_n$ und $\sin \alpha_n$ nur Zwischengrößen sind um die Wellenlänge zu berechnen, verwenden wir alle Stellen des Taschenrechners, um Rundungsfehler bei den Zwischenschritten gering zu halten. In den folgenden Tabellen haben wir allerdings - um es übersichtlicher zu machen - nur die ersten 5 Dezimalstellen (gerundet) angegeben.

Aus den gemessenen Werten (siehe Protokollheft) ergibt sich folgende Tabelle (s_n in cm):

Ordnung	Farbe	Versuch 1		Versuch 2		Versuch 3	
		s_n	$\sin \alpha_n$	s_n	$\sin \alpha_n$	s_n	$\sin \alpha_n$
1	blau	3,15	0,04348	2,70	0,04324	2,30	0,04387
1	grün	3,95	0,05449	3,40	0,05442	2,88	0,05490
1	gelb	4,20	0,05793	3,60	0,05761	3,03	0,05775
2	blau	6,30	0,08671	5,45	0,08704	4,58	0,08711
2	grün	7,90	0,10850	6,83	0,10884	5,75	0,10912
2	gelb	8,40	0,11528	7,23	0,11513	6,10	0,11567
3	blau	9,50	0,13014	8,23	0,13080	6,88	0,13023
3	grün	12,20	0,16621	10,35	0,16368	8,65	0,16293
3	gelb	12,68	0,17256	10,95	0,17289	9,15	0,17208

Mittelwerte von $\sin \alpha_n$:

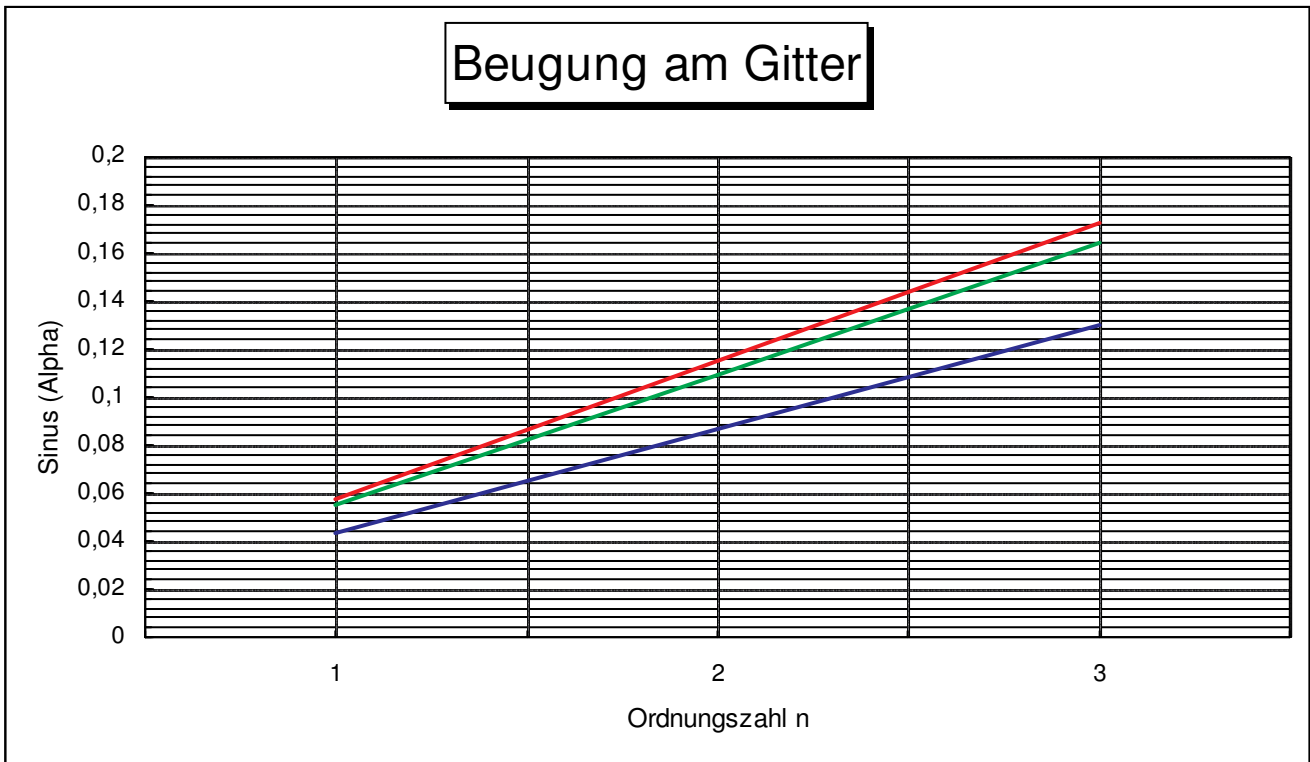
n	Farbe	$\sin \alpha_n$
1	blau	0,04353
1	grün	0,05461
1	gelb	0,05776
2	blau	0,08695
2	grün	0,10882
2	gelb	0,11536
3	blau	0,13639
3	grün	0,16427
3	gelb	0,17251

Unter Zuhilfenahme der Formel $n \cdot \lambda = a \cdot \sin \alpha$ kann nun die Wellenlänge λ berechnet werden (a = Gitterkonstante, n = Ordnungszahl):

n	Farbe	Wellenlänge (in nm)
1	blau	435
1	grün	546
1	gelb	578
2	blau	435
2	grün	544
2	gelb	577
3	blau	435
3	grün	548
3	gelb	575

Schließlich erhält man als Mittelwert für die Wellenlänge:

Farbe	Wellenlänge (in nm)
blau	435
grün	546
gelb	576



Legende: blau=blaue Spektrallinie, grün=grüne Spektrallinie, rot=gelbe Spektrallinie

4.2a) Brechungsindex von Flintglas:

Um den Brechungsindex bestimmen zu können, muß der brechende Winkel ε bestimmt werden (siehe Protokollheft). Der Fehler für ε kann mit der Nonius-Skala auf ein zehntel Grad begrenzt werden. Also $\varepsilon = \frac{\alpha}{2} = \frac{(\mu \pm 0,1^\circ) - (\nu \pm 0,1^\circ)}{2} = \frac{(123,8^\circ \pm 0,1^\circ) - (4,7^\circ \pm 0,1^\circ)}{2}$.

Daraus ergibt sich ein Bereich für ε : $\varepsilon_{\max}=59,7^\circ$ und $\varepsilon_{\min}=59,5^\circ$.

Dann wird mit der Winkelskala am Spektrometer die minimale Ablenkung δ_{\min} jeder Spektrallinie gemessen (Fehler wie bei ε).

Farbe	δ_{\min}
blau	$50,6^\circ \pm 0,1^\circ$
grün	$48,8^\circ \pm 0,1^\circ$
gelb	$48,5^\circ \pm 0,1^\circ$

Nach der Formel

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_{\min} + \varepsilon}{2}}{\sin \frac{\varepsilon}{2}}$$

erhält man

$$n_{\max}(435\text{nm}) = 1,6528 \text{ } (\delta_{\min, \max} \text{ und } \varepsilon_{\min})$$

$$n_{\min}(435\text{nm}) = 1,6478 \text{ } (\delta_{\min, \min} \text{ und } \varepsilon_{\max})$$

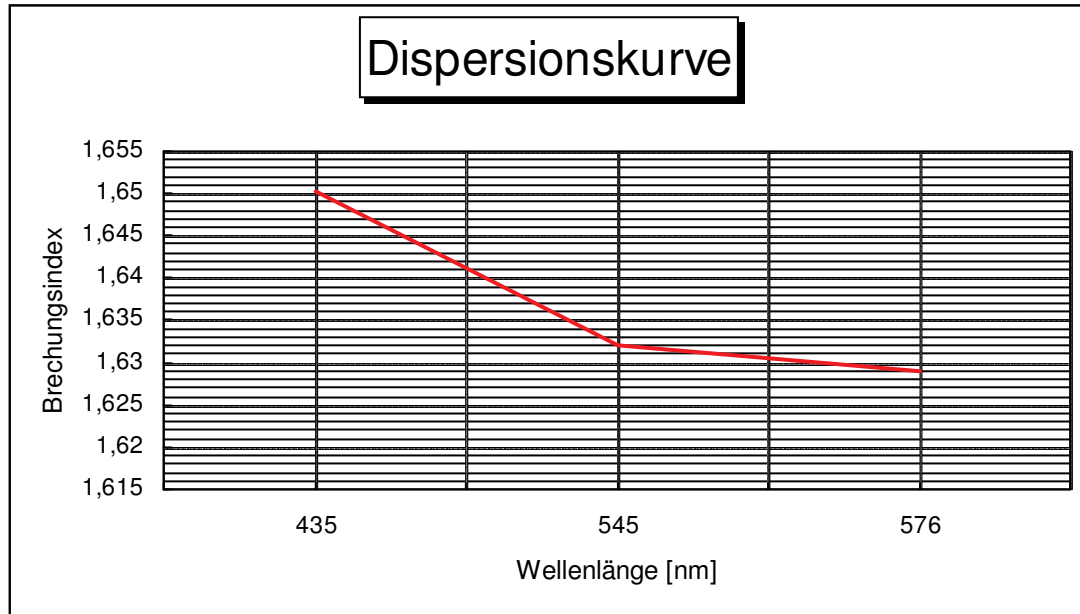
$$n_{\max}(545\text{nm}) = 1,6345 \text{ } (\delta_{\min, \max} \text{ und } \varepsilon_{\min})$$

$$n_{\min}(545\text{nm}) = 1,6295 \quad (\delta_{\min, \min} \text{ und } \epsilon_{\max})$$

$$n_{\max}(576\text{nm}) = 1,6314 \quad (\delta_{\min, \max} \text{ und } \epsilon_{\min})$$

$$n_{\min}(576\text{nm}) = 1,6264 \quad (\delta_{\min, \min} \text{ und } \epsilon_{\max})$$

4.2b) Dispersionskurve:



4.2c) Bestimmung unbekannter Spektrallinien:

Da durch die Messung der gelben, grünen und blauen Spektrallinie am Beugungsgitter die Wellenlängen bekannt sind, kann man mit der Strichskala jede andere beobachtbare Linie durch Interpolation mit der Dispersionskurve bestimmen.

Beantwortung der Fragen:

Mit welcher Lichtquelle lassen sich Interferenzerscheinungen am besten demonstrieren und warum?

Am besten lassen sich Interferenzerscheinungen mit einem Laser demonstrieren, da diese Lichtquelle kohärentes Licht ausstrahlt, d. h. das Licht weist nur diskrete Energiewerte auf. Mit anderen Worten: man erhält statt einer spektralen Bandbreite, die vom jeweiligen Licht abhängt, nur einzelne Spektrallinien. Das hat zur Folge, daß man auf verlusthafte Filter verzichten kann, da die Intensitätsmaxima von sich aus scharfe Linien bilden. Bei normalem Sonnenlicht z.B. würde man ein unüberschaubares Interferenzbild bekommen, da sich die verschiedenen Frequenzen überlagern würden. Eine Interpretation des Interferenzbildes wäre somit nicht mehr möglich.

Treten Beugungserscheinungen nur an Objekten auf, deren Abmessung in der Größenordnung der Lichtwelle liegt (erster Satz in 3.1.1)?

Beugungserscheinungen treten auch bei Objekten auf, die wesentlich größer sind als die Wellenlänge. Allerdings können diese bei unserem Versuchsaufbau nicht wahrgenommen werden, da das Beugungsbild dann zu nah am Rand des geometrischen Schattenraumes liegt.

Wie groß ist die Geschwindigkeit von Licht im Glas?

$$c_{\text{Glas}} = \frac{c}{n_{\text{Glas}}} = 1,83 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 61 \% c_{\text{Vakuum}}$$

Was versteht man unter Dispersion?

Man versteht unter Dispersion die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge (bzw. Frequenz) des Lichts.

Wodurch kann das Auflösungsvermögen eines Prismenspektrometers in der Praxis begrenzt sein?

Das maximal erreichbare Auflösungsvermögen für das Prismenspektrometer ist gegeben durch $A = L \cdot dn/d\lambda$. Das bedeutet, es ist durch die Basislänge des tatsächlich mit Licht ausgefüllten Prismas (L) und die Dispersion ($dn/d\lambda$) begrenzt. In der Praxis wird es jedoch noch zusätzlich durch die Spaltbreite, das Linsensystem (Abbildungsfehler und Beugung) und Fehler im Schliff oder Material des Prismas begrenzt.

Nimmt der Brechungsindex von Flintglas vom roten zum blauen Spektralbereich zu oder ab?

Der Brechungsindex von Flintglas nimmt vom roten zum blauen Spektralbereich zu.

Ist der Verlauf der Funktion $n(\lambda)$ linear?

Der Verlauf vom Brechungsindex n in Abhängigkeit von λ ist nicht linear.